**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория Галуа

Galois Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051683

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о теории Галуа в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории Галуа.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Алгебра» или «Высшая алгебра».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: основы теории Галуа, когомологии Галуа, группы Брауэра и локальные поля, K-теория Милнора; уяснить логику и технику построения математической теории как фундамента самостоятельных научных исследований.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: интерактивные лекции.

Самостоятельная работа в присутствии преподавателя (работа обучающихся в компьютерном классе открытого доступа при выполнении практических заданий).

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 8 |  | 30 | 2 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  | 10-25 |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 8 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): Семестр 6

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество Кол-во часов |
| 1 | Основы теории Галуа | лекции | 6 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 162 |
| 2 | Когомологии Галуа | лекции | 8 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 182 |
| 3 | Группы Брауэра и локальные поля | лекции | 8 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 8 |
| 4 | K-группы Милнора | лекции | 8 |
| сам. раб. в присутствии преподавателя | 8 |
| 5 | Промежуточная аттестация | консультации | 2 |
| самостоятельная работа | 8 |
| экзамен | 2 |
| Итого | | | 7272 |

**Раздел 1:** Основы теории Галуа

1. Сепарабельные расширения. Расширения Галуа. Группа Галуа. Соответствие Галуа.

2. Теорема Гильберта-90. Существование нормального базиса.

3. Теория Галуа бесконечных расширений. Топология Крулля.

**Раздел 2:** Когомологии Галуа

1. Когомологии групп, стандартные резольвенты.

2. Функторы замены группы. Спектральная последовательность Хохшильда–Серра.

3. Когомологии проконечных групп.

4. Когомологии Галуа. Примеры. Связь с теоремой Гильберта-90.

**Раздел 3:** Группы Брауэра и локальные поля

1. Определение группы Брауэра поля. Группы Брауэра как вторые когомологии Галуа.

2. Трансфер для конечных расширений.

3. Группы Брауэра локальных полей.

4. Обзор локальной теории полей классов.

**Раздел 4:** K-группы Милнора

1. Отображения из групп Милнора в когомологии Галуа. Граничные отображения.

2. Обзор теории полей классов многомерных локальных полей.

3. Группы Чжоу и мотивные когомологии (обзор).

4. Гипотеза Бейлинсона–Лихтенбаума. K-группы **Z.**

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Методика проведения экзамена

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и обучающийся удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Список вопросов к экзамену:

1. Сепарабельные расширения. Расширения Галуа. Группа Галуа. Соответствие Галуа.

2. Теорема Гильберта-90. Существование нормального базиса.

3. Теория Галуа бесконечных расширений. Топология Крулля.

4. Когомологии групп, стандартные резольвенты.

5. Функторы замены группы. Спектральная последовательность Хохшильда–Серра.

6. Когомологии проконечных групп.

7. Когомологии Галуа. Примеры. Связь с теоремой Гильберта-90.

8. Определение группы Брауэра поля. Группы Брауэра как вторые когомологии Галуа.

9. Трансфер для конечных расширений.

10. Группы Брауэра локальных полей.

11. Обзор локальной теории полей классов.

12. Отображения из групп Милнора в когомологии Галуа. Граничные отображения.

13. Обзор теории полей классов многомерных локальных полей.

14. Группы Чжоу и мотивные когомологии (обзор).

15. Гипотеза Бейлинсона–Лихтенбаума. K-группы Z.

Темы докладов:

1. Циклические расширения. Теорема Лагранжа.

2. Расширения Куммера.

3. Разрешимость уравнений в радикалах. Неразрешимость в радикалах общего уравнения степени выше четвертой.

4. Задача о построении циркулем и линейкой. Суммы Гаусса. Построение правильного многоугольника.

5. Когомологии циклической группы.

6. Чашечное произведение.

7. Строение простых конечномерных алгебр над полем.

8. Индекс и период центральной простой алгебры.

9. Группы Брауэра конечных полей и поля вещественных чисел.

10. Центральные простые алгебры над полными дискретно нормированными полями.

11. Кватернионные и циклические алгебры.

12. K-группы Милнора: определение и основные свойства.

13. Теорема Меркурьева–Суслина.

14. Кольцо Витта. Аугментационный идеал.

15. Гипотеза Милнора и гипотеза Блоха–Като (формулировка)

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Алгебраическая теория чисел (под редакцией Д. Касселса и А. Фрёлиха) – М.: Мир, 1969.

2. Серр Ж.-П. Когомологии Галуа. – М: Мир, 1968.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Mazza C., Voevodsky V., Weibel Ch., Lecture notes on motivic cohomology,  
http://www.claymath.org/library/monographs/cmim02.pdf

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрено.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Бондарко Михаил Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей алгебры и теории чисел СПбГУ.

Петров Виктор Александрович, доцент СПбГУ, st007324@spbu.ru, victorapetrov@gmail.com.